



مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

*****فصل هشتم*****

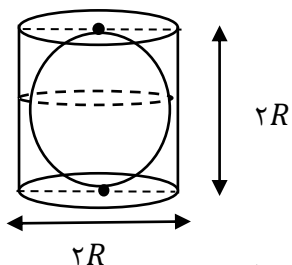
درس اول: حجم و مساحت کره

حجم های هندسی سه دسته هستند . (۱) حجم های منشوری (۲) حجم های کروی (۳) حجم های هرمی
دایره: مجموعه نقاطی از صفحه است که همه ی این نقاط از یک نقطه مشخص به نام مرکز به یک فاصله ثابت است که این فاصله ثابت همان شعاع دایره است .
کره: به مجموعه نقاطی از فضا گفته می شود که فاصله ی همه آنها از نقطه ای ثابت به نام مرکز به یک فاصله ثابت است که این فاصله ثابت همان شعاع کره است .

نکته هر گاه یک دایره یا نیم دایره را حول قطرش دوران دهیم کره بوجود می آید .

نکته از دوران ربع دایره حول شعاع اش یک نیم کره بوجود می آید .

نکته چنانچه کره ای به شعاع R در داخل استوانه ای محاط شود (استوانه بر کره محیط شود) قطر قاعده ی استوانه $2R$ است و نیز ارتفاع استوانه نیز $2R$ است .



$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \pi R^2 h = \pi R^2 (2R) = 2\pi R^3$$

* حجم فضای خالی بین کره و استوانه، $\frac{1}{3}$ حجم کره است .

* حجم استوانه $\frac{2}{3}$ حجم کره است و به عبارت دیگر حجم کره $\frac{2}{3}$ حجم استوانه است و حجم فضای خالی $\frac{1}{3}$ حجم استوانه است.

$$\text{حجم کره: } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\text{مثال) حجم کره به شعاع ۳ را بیابید: } V = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$$

$$\text{مساحت کره: } S = 4\pi R^2$$

مثال مساحت نیم کره چوبی توپر به شعاع ۵ سانتی متر را بیابید .

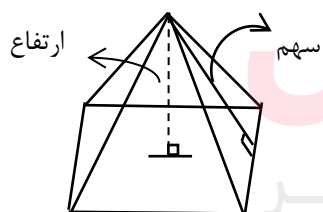
مساحت قاعده + مساحت رویه = مساحت نیم کره توپر

$$= \frac{1}{2}(4\pi R^2) + \pi R^2 = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 \Rightarrow 3\pi \times 5^2 = 75\pi$$

تذکر اگر نیم کره تو خالی باشد مساحت قاعده را نباید جمع کنیم .

درس دوم: حجم هرم و مخروط

هرم: یک شکل فضایی است که دارای یک وجه زیرین به نام قاعده است . قاعده ی هرم چند ضلعی است روی محیط این چند ضلعی سطح هایی قرار دارد که در یک نقطه به نام رأس یکدیگر را قطع می کنند . به این سطح ها وجه جانبی گویند . ارتفاع هرم: فاصله رأس هرم تا قاعده هرم (طول خط عمودی که از رأس بر قاعده رسم می شود) را گویند .



سهم: ارتفاع وارد شده از رأس هرم به ضلع قاعده

نکته اگر قاعده هرم یک چند ضلعی منتظم باشد و وجه های جانبی آن هم نهشت باشند، هرم را منتظم گوئیم .

چهار وجهی منتظم: هرم منتظم با قاعده مثلث متساوی الاضلاع را گویند که وجه های جانبی و قاعده با هم هم نهشت باشند .
یال: محل تقاطع هر دو وجه را یال هرم می گویند .

نکته اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم آنها با هم برابر است .

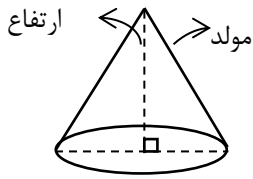
حجم هرم:

$$V = \frac{1}{3}sh \quad \left(\begin{array}{l} S = \text{مساحت قاعده} \\ h = \text{ارتفاع هرم} \end{array} \right)$$

مثال حجم هرم با قاعده مربع به ضلع ۶ سانتی متر را بدست آورید. ارتفاع هرم ۱۰ سانتی متر است .

$$\text{حجم هرم } V = \frac{1}{3}sh \Rightarrow \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 10 = 120 \text{ مکعب سانتی متر}$$

مخروط: شکلی شبیه به هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است. مخروط یال ندارد.



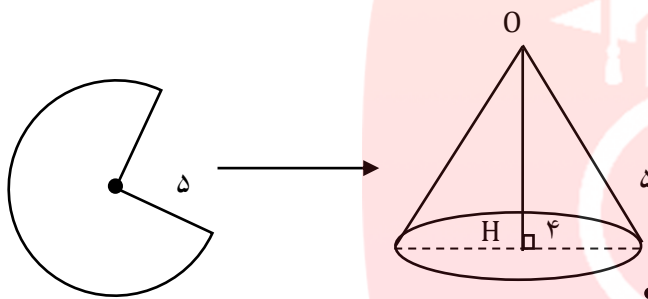
$$V = \frac{1}{3}sh \Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

نکته: از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع زاویه قائمه، مخروط بدست می آید. ضلعی که مثلث را حوال آن دوران دادیم ارتفاع و ضلع دیگر زاویه قائمه مثلث، شعاع مخروط است.

مثال: حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع قائم ۶ و ۴ سانتی متر حول ضلع ۶ سانتی متر را بدست آورید.

$$V = \frac{1}{3}sh \Rightarrow \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi$$

نکته: می توان با قسمتی از دایره مخروط ساخت که در این صورت شعاع این دایره، مولد مخروط خواهد بود.
مثال: با قسمتی از دایره به شعاع ۵ سانتی متر، مخروطی به شعاع قاعده ۴ ساخته ایم حجم مخروط را بیابید.



$$OH^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$OH = \sqrt{9} = 3$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi$$

درس سوم: سطح و حجم

$$V = sh \quad \left(\begin{array}{l} S = \text{مساحت قاعده} \\ h = \text{ارتفاع منشور} \end{array} \right)$$

حجم منشور

مساحت جانبی منشور: محیط قاعده \times ارتفاع

مساحت کل منشور: مساحت جانبی + ۲ برابر مساحت قاعده

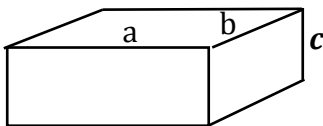
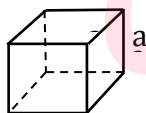
$$V = a^3 \quad \text{حجم مکعب به ضلع } a$$

$$S = 6a^2 \quad \text{مساحت کل مکعب به ضلع } a$$

$$S = 4a^2 \quad \text{مساحت جانبی مکعب به ضلع } a$$

$$V = a \times b \times c \quad \text{حجم مکعب مستطیل به اضلاع } a \text{ و } b \text{ و } c$$

$$S = 2ab + 2ac + 2bc \quad \text{مساحت کل مکعب مستطیل به اضلاع } a \text{ و } b \text{ و } c$$



مساحت جانبی هرم: $\frac{1}{2} \times$ محیط قاعده \times سهم

مثال: مساحت جانبی هرم با قاعده مربع زیر را محاسبه کنید.

$$\text{سهم} = 12 \Rightarrow \text{سهم}^2 = 144 \Rightarrow 13^2 - 5^2 = \text{سهم}^2$$

$$\text{محیط قاعده} = 4 \times 10 = 40$$

$$\text{مساحت جانبی هرم} = \frac{1}{2} \times 40 \times 12 = 240$$

